1.5 Ensembles

La notion d'ensemble est une notion intuitive ; la définition rigoureuse en a été donnée par CANTOR en 1895.

1.5.1 Définition

On appelle ensemble une collection d'objets appelés éléments

Exemple 6 :

1. Les étudiants de l'IUT de Vannes forment un ensemble.
2. Les nombres $1; 2; \cdots; 10; 11; \cdots$ forment un ensemble ; cet ensemble est appelé **ensemble des entiers naturels** et est noté $\mathbb{N}$.
3. Les nombres $\cdots; -2; -1; 0; 1; 2; \cdots$ forment un ensemble cet ensemble est appelé **ensemble des entiers relatifs** et est noté $\mathbb{Z}$.
4. Les nombres s'écrivant comme **quotient** de deux nombres relatifs forment **l'ensemble des nombres rationnels** et se note $\mathbb{Q}$.
5. Il existe des nombres qui n'appartiennent ni à $\mathbb{N}$, ni à $\mathbb{Z}$, ni à $\mathbb{Q}$ comme par exemple $\sqrt{2}$; ces nombres forment l'ensemble des nombres réels, cet ensemble se note $\mathbb{R}$.

Remarque 7 :

Ces différents ensembles de nombres peuvent être construits rigoureusement, et donc, leur existence est prouvée.

Remarque 8 :

1. Un ensemble se note à l'aide d'accolades ; les éléments de l'ensemble sont séparés par des virgules ou des points-virgules ; par exemple : $\{2; 7; 9; 13\}$.
2. Lorsque l'on veut nommer un ensemble on utilisera une lettre majuscule, par exemple
$$E = \{2; 7; 9; 13\}$$
3. Les éléments d'un ensemble seront généralement notés à l'aide de lettres minuscules, par exemple $F = \{a; e; i; o; u; y\}$.

1.5.2 Notations

Si x est un élément de E, on écrit $\boxed{x \in E}$, sinon, $\boxed{x \notin E}$

Exemple 7 :

En prenant les exemples d'ensembles précédents, nous avons $7 \in E$ qui se lit :« 7 appartient à E » et $x \notin E$ qui se lit :« x n'appartient pas à E »

1.5.3 Définition d'un ensemble en extension, définition d'un ensemble en compréhension

Il y a 2 manières de définir un ensemble :

1. **Définition en extension : en extension, on énumère tous les éléments de l'ensemble**
2. **Définition en compréhension : en compréhension, on définit une relation compréhensible par tous qui définit clairement les éléments de l'ensemble.**

Remarque 9 :

La définition en compréhension peut se définir autrement : $x \in E$ si et seulement si, x vérifie une certaine propriété (p), qui peut s'écrire : $E = \{x \text{ tel que } p(x)\}$

Exemple 8 :

$D(24)$ est l'ensemble des diviseurs de 24

1. $D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ est une définition en **extension**
2. $D(24) = \{n \in \mathbb{N} \text{ tq } 24 = kn \text{ où } k \in \mathbb{N}\}$ est une définition en **compréhension.**

1.5.4 Définition

L'ensemble n'ayant aucun élément est appelé ensemble vide et est noté $\emptyset$

Exemple 9 :

On peut trouver plusieurs exemples d'ensembles vides

1. L'ensemble $S = \left\{x \in \mathbb{R} \text{ tels que } x^2 + 4 = 0\right\}$
2. L'ensemble $T = \left\{x \in \mathbb{Q} \text{ tels que } x^2 = \sqrt{2}\right\}$

1.6 Opérations entre ensembles

1.6.1 Inclusion-égalité

Soient E et F deux ensembles

1. **On dit que l'ensemble E est inclus dans l'ensemble F , et on écrit : $E \subset F$ si et seulement si tous les éléments de E sont aussi des éléments de F. En écriture formalisée, nous avons :**

$$(\forall x)\,(x \in E \Rightarrow x \in F)$$

C'est à dire : $(E \subset F) \Longleftrightarrow (\forall x)\,(x \in E \Rightarrow F)$

2. **On dit que l'ensemble E est égal à l'ensemble F, et on écrit $E = F$ si et seulement si**

$$E \subset F \text{ et } F \subset E$$

C'est à dire : $E = F \Longleftrightarrow E \subset F$ **et** $F \subset E$

Remarque 10 :

Si tous les éléments de E sont éléments de F, c'est à dire si $E \subset F$ on dit alors que E est un **sous-ensemble** ou une **partie** de F

Exemple 10 :

1. Soit $P = \{0; 2; 4; 6; \cdots\}$ c'est à dire l'ensemble des entiers naturels pairs, on a alors $P \subset \mathbb{N}$
2. Pour tout ensemble E on a : $\emptyset \subset E$.
3. **Comment montrer qu'un ensemble est inclus dans un autre ?** Il suffit de montrer que tout élément de l'un est aussi élément de l'autre
   $M(24)$ est l'ensemble des multiples de 24 et $M(12)$ est l'ensemble des multiples de 12. En compréhension, nous avons :
   — $M(24) = \{m \in \mathbb{N} \text{ tel que } \exists k \in \mathbb{N} \text{ tel que } m = 24k\}$
   — $M(12) = \{m \in \mathbb{N} \text{ tel que } \exists k \in \mathbb{N} \text{ tel que } m = 12k\}$
   Il faut montrer que $M(24) \subset M(12)$

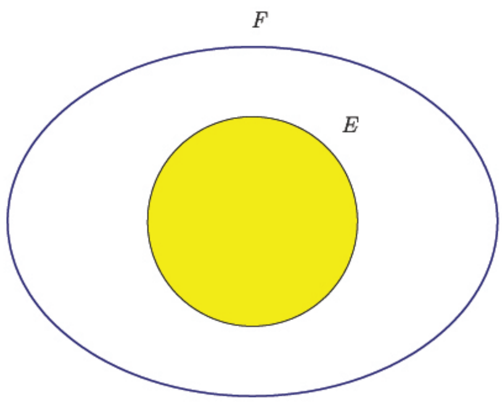

FIGURE 1.1 – Une illustration graphique de $E \subset F$

Pour ce faire, on prend $m \in M\,(24)$, et on va montrer que $m \in M\,(12)$
Donc, si $m \in M\,(24)$, il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $m = 24k$, or,

$$m = 24k = 12 \times 2k = (2k) \times 12 = k' \times 12$$

Où nous avons posé $k' = 2k$; donc, $m \in M\,(12)$
On vient de montrer que si $m \in M\,(24)$, alors $m \in M\,(12)$, et donc que $M\,(24) \subset M\,(12)$

Remarque 11 :

On peut représenter, comme nous l'avons fait ci-dessus, les ensembles par des schémas. Le schéma donne, par exemple, une idée intuitive de la transitivité de l'inclusion : Si $A \subset B$ et $B \subset C$, alors $A \subset C$

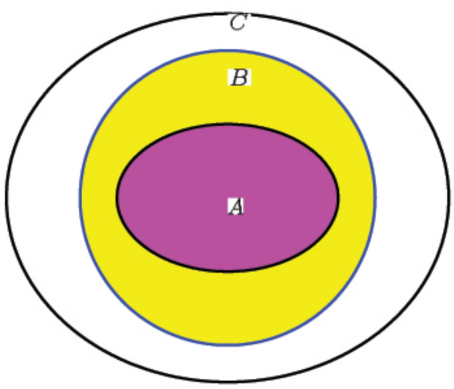

FIGURE 1.2 – Transitivité de l'inclusion : Si $A \subset B$ et $B \subset C$, alors $A \subset C$

Exercice 12 :

Montrer que si $A \subset B$ et $B \subset C$, alors $A \subset C$

Résolution

Pour le montrer, c'est simple :
- Soit $x \in A$; nous allons monter que $x \in C$
- **Par hypothèse, nous avons** $A \subset B$ **et** $B \subset C$**,** et, en particulier $A \subset B$. Comme $A \subset B$, comme $x \in A$, nous avons alors $x \in B$
- Comme nous avons aussi par hypothèse $B \subset C$ et, maintenant $x \in B$, nous avons aussi $x \in C$
- Nous sommes partis de $x \in A$, et nous avons montré que, alors, $x \in C$, donc, nous avons $A \subset C$

Exercice 13 :

L'objet de cet exercice est de mettre en évidence l'importante nuance entre **appartenance** *(un élément appartient à un ensemble)* et **inclusion** *(un sous-ensemble est inclus dans un ensemble)*
Soit $E = \{x; y; z\}$, compléter les relations suivantes à l'aide des symboles ensemblistes $\in$ ou $\subset$.

1. $x \cdots E$.
2. $t \cdots E$.
3. $\{z\} \cdots E$.
4. $\{x; y\} \cdots E$.
5. $\emptyset \cdots \{x; y\}$.

1.6.2 Complémentation

Soit E un ensemble, et $A \subset E$
On appelle complémentaire de A dans E, l'ensemble des éléments qui sont dans E et pas dans A.
On le note

$$\overline{A} = \{x \in E \textbf{ tq } x \notin A\}$$

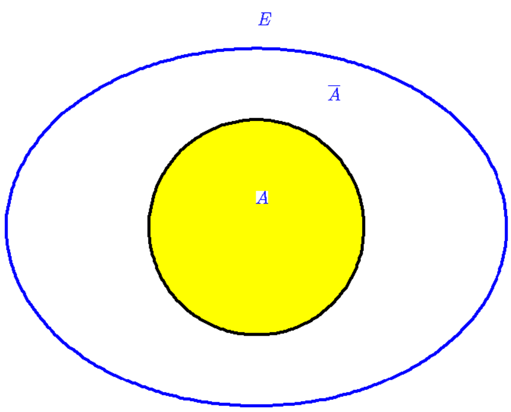

FIGURE 1.3 – Représentation graphique de la complémentation

Remarque 12 :

Lorsqu'il n'y a aucun risque de confusion sur l'ensemble E on notera le complémentaire de A dans E par $\overline{A}$.

Exemple 11 :

Soit $E = \mathbb{N}$ et A l'ensembles des entiers naturels pairs, alors $\overline{A}$ est l'ensemble des entiers naturels impairs.

1.6.3 Proposition

Soit A un sous ensemble de E ; alors on a : $\overline{\overline{A}} = A$.

1.6.4 Ensemble des parties d'un référentiel

Soit E un ensemble (ou référentiel)
On appelle ensemble des parties de E, l'ensemble noté $\mathcal{P}(E)$ dont les éléments sont tous les sous-ensembles de E.

Remarque 13 :

1. Comme $\emptyset \subset E$, nous avons $\emptyset \in \mathcal{P}(E)$; de la même manière, $E \in \mathcal{P}(E)$
2. $A \subset E \Leftrightarrow A \in \mathcal{P}(E)$

Exemple 12 :

Si $E = \{x, y\}$, alors $\mathcal{P}(E) = \{\emptyset, E, \{x\}, \{y\}\}$

Exercice 14 :

1. On pose $E = \{x; y; z\}$. Compléter par le symbole ensembliste adéquat.

   (a) $\{x\} \cdots \mathcal{P}(E)$.
   (b) $\{\emptyset; \{x; y\}\} \cdots \mathcal{P}(E)$.
   (c) $\emptyset \cdots \mathcal{P}(E)$.
   (d) $\{\emptyset\} \cdots \mathcal{P}(E)$.

2. Si E= $\{x, y\}$, déterminer $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathrm{E}))$, $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathrm{E})))$, etc.

1.6.5 Réunion de deux ensembles

Soient $A = \{x \in E \text{ tq } p(x)\}$ et $B = \{x \in \mathrm{E} \text{ tq } q(x)\}$
On appelle réunion de A et de B, l'ensemble $A \cup B$ des éléments appartenant à A ou à B, c'est à dire :

$$(x \in A \cup B) \Longleftrightarrow (x \in A \textbf{ ou } x \in B)$$

$$A \cup B = \{x \in E \textbf{ tq } p(x) \vee q(x)\}$$

Exemple 13 :

Soit $A = \{a; b; c; d\}$ et $B = \{c; d; e; f\}$, on a alors : $A \cup B = \{a; b; c; d; e; f\}$.

Remarque 14 :

Par convention le "**ou**" sera inclusif.

Exemple 14 :

Soit A l'ensemble des nombres naturels pairs et B l'ensemble des nombres naturels impairs, on a alors $A \cup B = \mathbb{N}$.

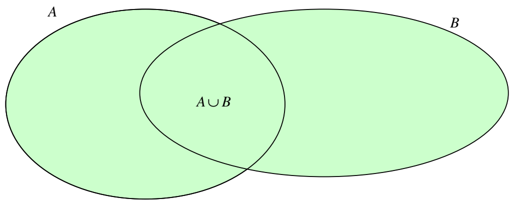

FIGURE 1.4 – Représentation graphique *(en vert)* de la réunion de deux ensembles

1.6.6 Intersection de deux ensembles

Soient $A = \{x \in E \textbf{ tq } p(x)\}$ **et** $B = \{x \in \mathrm{E} \textbf{ tq } q(x)\}$
On appelle intersection de A **et de** B **l'ensemble** $A \cap B$ **des éléments appartenant à** A **et à** B**, c'est à dire :**

$$(x \in A \cap B) \Longleftrightarrow (x \in A \textbf{ et } x \in B)$$

$$A \cap B = \{x \in E \textbf{ tq } p(x) \wedge q(x)\}$$

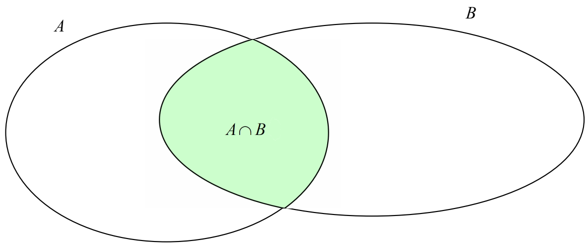

FIGURE 1.5 – Représentation graphique *(en vert)* de l'intersection de deux ensembles

Exemple 15 :

1. Soit $A = \{a; b; c; d; e; f; g; h; i\}$ et $B = \{a; e; i; o; u; y\}$, on a alors : $A \cap B = \{e; i\}$.
2. Soit A l'ensemble des nombres naturels pairs et B l'ensemble des nombres naturels impairs, on a alors $A \cap B = \emptyset$.

1.6.7 Définition

Soit A **et** B **deux ensembles tels que** $A \cap B = \emptyset$**, on dit alors que** A **et** B **sont deux ensembles disjoints. En probabilités on parlera plutôt d'événements incompatibles.**

Remarque 15 :

1. On peut considérer la réunion et l'intersection comme des opérations dans $\mathcal{P}(E)$ *(opérations binaires)*

2. De même que la complémentation (qui à $A \in \mathcal{P}(\mathrm{E})$, fait correspondre $\overline{A}$ peut être considérée comme une opération dans $\mathcal{P}(E)$(*opération unaire)*
3. $\mathcal{P}(E)$, muni de ces opérations est une algèbre de BOOLE
4. Le **"ou"** de la réunion étant inclusif, nous avons $A \cap B \subset A \cup B$

Exercice 15 :

Soit E et A deux ensembles tels que $A \subseteq E$, compléter : $A \cap \overline{A} = \cdots$ et $A \cup \overline{A} = \cdots$.

1.6.8 La différence entre deux ensembles

Soient A et B deux ensembles.
On appelle différence de A par rapport à B l'ensemble des éléments appartenant à A et n'appartenant pas à B
On note $A \setminus B$, cet ensemble.
Nous avons : $A \setminus B = A \cap \overline{B}$

Remarque 16 :

Il faut lire $A \setminus B$ par « A privé de B » ou « A moins B »

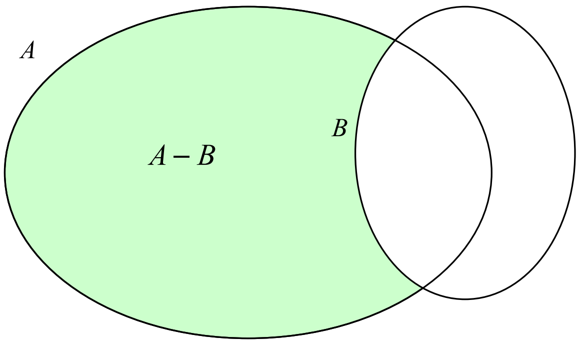

FIGURE 1.6 – Représentation graphique *(en vert)* de la différence entre deux ensembles

Exercice 16 :

On pose $E = \{a; b; c; d; e; f; g\}$, $A = \{a; b; c; d; e\}$ et $B = \{c; d; e; f; g\}$. Ecrire en extension les ensembles suivants :

1. $A \cap B$.
2. $A \cup B$.
3. $A \setminus B$.
4. $\overline{A}$ et $\overline{B}$.

1.6.9 Définition du produit cartésien

Soit X et Y 2 ensembles.
L'ensemble produit $Z = X \times Y = \{(x, y)$ où $x \in X$ et $y \in Y\}$ est le produit cartésien de X et de Y

Remarque 17 :

1. Le produit cartésien se note donc $X \times Y$, et se lit « X **croix** Y »
2. Pour un ensemble X, le produit cartésien $X \times X$, se note X^2, et plus généralement, $\underbrace{X \times X \times \cdots X \times X}_{n \text{ fois}}$ se note X^n
3. Un produit cartésien est un ensemble de couples (x, y) où $x \in X$ et $y \in Y$.

4. Soient $E = \{0; 1\}$ et $F = \{a; b; c\}$. On a alors : $E \times F = \{(0; a); (0; b); (0; c); (1; a); (1; b); (1; c)\}$.
5. D'autre part, $(x, y) = (u, v) \Leftrightarrow x = u$ et $y = v$ donc, en prenant la négation, $(x, y) \neq (u, v) \Leftrightarrow x \neq u$ ou $y \neq v$. Par exemple, dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$, $(1, 2) \neq (1, \sqrt{\pi})$
6. Dans la notion de produit cartésien on fera particulièrement attention au fait que l'ordre est important. En effet dans $\mathbb{R}^2$ on a $(1; 2) \neq (2; 1)$
7. Un produit cartésien est vide dès que l'un des ensembles est vide
8. Tout sous-ensemble $G \subset X \times Y$ est appelé **graphe**
9. $X \times X = X^2 = \{(x, y)$ où $x \in X$ et $y \in X\}$; classiquement nous travaillerons avec $\mathbb{R}^2$
10. En géométrie, le plan est représenté par : $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2 = \{(x, y)$ où $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}\}$.
11. Les éléments de $X \times Y \times Z$ sont les triplets (x, y, z) où, $x \in X$, $y \in Y$, $z \in Z$
12. De même, $\mathbb{R}^n = \{(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ où $x_i \in \mathbb{R}\}$ On dit que $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ est un $n-$uplet
13. Le menu d'un restaurant est un exemple de produit cartésien :

$$\begin{aligned} \text{Entrées} &= \{\text{Carottes rapées, plat du pêcheur, tomates, charcuterie}\} \\ \text{Plat Principal} &= \{\text{Entrecôte, saumon, côte de porc panée}\} \\ \text{Légumes} &= \{\text{riz, épinard, pommes frites}\} \\ \text{Dessert} &= \{\text{Fromage, glaces, fruit, brême crulée}\} \end{aligned}$$

1.7 Calculs ensemblistes

1.7.1 Associativité

Quels que soient les ensembles A, B et C, nous avons :

$$\boxed{A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C}$$

$$\boxed{A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C}$$

Exercice 17 :

Démontrer graphiquement les deux relations de distributivité.

1.7.2 Distributivité

La réunion est distributive par rapport à l'intersection et l'intersection est distributive par rapport à la réunion, c'est à dire que quels que soient les ensembles A, B et C, nous avons :

$$\boxed{A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)}$$

$$\boxed{A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)}$$

1.7.3 Propriétés

Pour tout ensemble A,

$$A \cup A = A \quad A \cap A = A \quad A \cup \emptyset = A \quad A \cap \emptyset = \emptyset$$

Remarque 18 :

1. on note : $A_1 \cap \ldots \cap A_n = \bigcap_{i=1}^{n} A_i$ et $A_1 \cup \ldots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i$
2. On peut généraliser distributivité et associativité à n ensembles $A_1, \ldots, A_n$;

Remarque 19 :

Il n'y a aucune difficulté à faire le lien avec la logique :

1. **Réunion et intersection**
   (a) Au **"et"** correspond **l'intersection**
   (b) Au **"ou"** correspond **la réunion**

   Nous avons donc :

$$(x \in A \cup B) \Longleftrightarrow (x \in A)\,\text{ou}\,(x \in B) \;\text{ et }\; (x \in A \cap B) \Leftrightarrow (x \in A)\,\text{et}\,(x \in B)$$

2. **Lien avec la distributivité**

$$(x \in A \cap (B \cup C)) \Leftrightarrow (x \in A)\,\text{et}\,(x \in B \text{ ou } x \in C) \Leftrightarrow ((x \in A) \text{ et}\,(x \in B))\,\text{ou}\,((x \in A) \text{ et}\,(x \in C))$$

1.7.4 Lois de Morgan

Soient A et B deux ensembles. On appelle lois de Morgan les relations suivantes :

$$\boxed{\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \qquad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}}$$

Exercice 18 :

Démontrer graphiquement les deux relations de Morgan.

Exercice 19 :

Soit E un ensemble et A, B et C trois sous ensembles de E. Simplifier les expressions suivantes :

1. $\overline{A \cap \overline{B}}$.
2. $\overline{A \cup \overline{B}}$.
3. $(A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B)$.
4. $(A \cup \overline{B}) \cap (A \cup B)$.
5. $(A \cap (B \cup C)) \cup (A \cap (\overline{B} \cap \overline{C}))$.

1.7.5 Notions de partitions

Soient A un ensemble et $A_1; A_2; \ldots; A_n$ une famille de sous-ensembles de A, c'est à dire pour $1 \leq i \leq n$ on a : $A_i \subseteq A$. La famille $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$ forme une partition de A si :

1. **Pour $1 \leq i \leq n$ on a : $A_i \neq \emptyset$.**
2. **Pour $1 \leq i < j \leq n$ on a : $A_i \cap A_j = \emptyset$**
3. $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = A$

Exercice 20 :

1. $\mathbb{R}^+$ et $\mathbb{R}^-$ forment-ils une partition de $\mathbb{R}$?
2. $\mathbb{R}^{+\star}$ et $\mathbb{R}^{-\star}$ forment-ils une partition de $\mathbb{R}$?
3. $\mathbb{R}^{+\star}$; $\mathbb{R}^{-\star}$ et $\{0\}$ forment-ils une partition de $\mathbb{R}$?

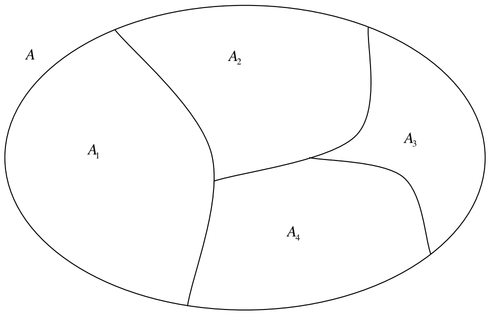

FIGURE 1.7 – Représentation graphique d'une partition

Exercice 21 :

Soient A un ensemble et $(A_i)_{1\leq i\leq n}$ une partition de A. Soient $B \subseteq A$, la famille $B_i = A_i \cap B$ est-elle une partition de B ?

1.8 Exercices élémentaires sur les ensembles

1.8.1 Exercices élémentaires

Exercice 22 :

1. On considère l'ensemble A défini par : $A = \left\{x \in \mathbb{R} \text{ tel que } 2x^2 - 3x + 1 = 0\right\}$. Définir A en compréhension
2. On considère l'ensemble A défini par : $B = \left\{x \in \mathbb{Z} \text{ tel que } 2x^2 - 3x + 1 = 0\right\}$. Définir B en compréhension

Exercice 23 :

A est l'ensemble suivant, défini en compréhension :

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \text{ tels que } x = 2 + 3k \text{ où } k \in \mathbb{Z}\}$$

B est l'ensemble suivant, défini en compréhension :

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \text{ tels que } x = 2 + 6k \text{ où } k \in \mathbb{Z}\}$$

Montrer que nous avons $B \subset A$, mais que nous n'avons pas $A \subset B$

Exercice 24 :

On considère un ensemble E appelé référentiel, et A et B, 2 sous-ensembles de E ; on note $\overline{A}$ le complémentaire de A dans E ; simplifier les expressions suivantes :

$$(A \cup B) \cap \left(\overline{A} \cup B\right) \cap \left(A \cup \overline{B}\right) \cap \left(\overline{A} \cup \overline{B}\right)$$
$$(A \cap B) \cup \left(\overline{A} \cap B\right) \cup \left(A \cap \overline{B}\right) \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B}\right)$$

Exercice 25 :

On considère un ensemble E, et A et B, 2 sous-ensembles de E ; on note $A - B = A \cap \overline{B}$.
Montrer que :

1. $A - B = (A \cup B) - B$
2. $(A - B) \cap (C - D) = (A \cap C) - (B \cup D)$

Exercice 26 :

Soit E l'ensemble des cartes d'un jeu de 32 cartes. On considère alors les ensembles suivants :
- $Ro = \{$les cartes de couleurs rouges$\}$.
- $F = \{$les cartes représentant une figure$\}$.
- $V = \{$les valets$\}$.
- $D = \{$les dames$\}$.

1. A l'aide des ensembles ci-dessus décrire l'ensemble des cartes rouges de valeurs.
2. A l'aide des ensembles ci-dessus décrire l'ensemble des cartes noires.
3. A l'aide des ensembles ci-dessus décrire l'ensemble des dames noires.
4. Que représente l'ensemble $\overline{F \cup Ro}$?
5. Que représente l'ensemble $Ro \cap (\overline{\overline{F} \cup V \cup D})$.

Exercice 27 :

Soit $B = \{t; u; v\}$, écrire $\mathcal{P}(B)$.

1.8.2 Exercices moins simples

Exercice 28 :

Soit E un ensemble, A et B deux sous-ensembles de E. On suppose de plus que $A \cup B = A \cap B$. Démontrer que $A = B$.

Exercice 29 :

Soit E un ensemble, A, B et C trois sous-ensembles de E. On suppose de plus que $A \cup B = A \cup C$ et $A \cap B = A \cap C$. Démontrer que $B = C$.

Exercice 30 :

On considère un ensemble E, et A et B, 2 sous-ensembles de E ; on note

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B).$$

que l'on appelle <u>différence symétrique</u> *(à lier avec le "ou" exclusif)*

1. Montrer que, pour toute partie A et B de E :

$$A \Delta B = \left(A \cap \overline{B}\right) \cup \left(\overline{A} \cap B\right)$$

$$\left(A \Delta \overline{B}\right) \cup (A \Delta B) = \mathrm{E}$$

2. Evaluez $\overline{(A \,\Delta\, B)}$
3. Montrer que, pour toute partie A, B et C de E, nous avons : $(A\Delta B)\,\Delta C = A\Delta\,(B\Delta C)$

Exercice 31 :

Déterminer la réunion $A \cup B$, l'intersection $A \cap B$ et la différence symétrique $A\Delta B$, dans les cas suivants :

1. A est l'ensemble des cercles et B est l'ensemble des ellipses
2. A est l'ensemble des rectangles et B est l'ensemble des losanges
3. $A = \{x \in \mathbb{N}$ tels que x soit impair$\}$ et $B = \{x \in \mathbb{N}$ tels que x soit multiple de 3$\}$